Profesor:
Ricardo Espino L.

ÁLGEBRA

GRUPO PITÁGORAS

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIÓN PAR

Sea X un subconjunto de $\mathbb{R}$ y f una función definida de X a $\mathbb{R}$, con regla de correspondencia $y = f(x)$ es decir:

$$f: X \to \mathbb{R}. \quad y = f(x)$$

Se dirá que f es una función par si y solo si cumple las siguientes condiciones

$$1) \quad \forall\, x \in X, \qquad -x \in X$$

$$2) \quad \forall\, x \in X \quad f(-x) = f(x)$$

Existen ejemplos evidentes de este tipo de función, como por ejemplo la función $y = f(x) = x^2$ definida en $\mathbb{R}$

la cual es evidentemente par y hasta podríamos considerar a todas las funciones de la forma $y = f(x) = x^n$

definidas en $\mathbb{R}$ y con n un entero par.
Considerando claro que para funciones con n entero negativo par se tendría que restringir el dominio a $\mathbb{R} - \{0\}$

Sin embargo es justo mencionar que en ciertos tipos de funciones es necesario hacer un análisis, por ejemplo.

$Sea\ la\ función\ f : [-4; 4[\ y = f(x) = x^4 + x^2$

$Esta\ función\ no\ es\ par, ya\ que\ si\ bien\ cumple\ \ f(x) = f(-x)\ para\ casi\ todos\ los\ elementos\ de\ su\ dominio$

$Esto\ no\ cumple\ para\ x = -4, ya\ que\ f(4)\ no\ está\ definido.$

NO ES PAR

$Sea\ la\ función\ f :]-2; 2[\ y = f(x) = x^2 + 1$

$Esta\ función\ si\ verifica\ que\ f(x) = f(-x)\ para\ todo\ x\ \in]-2; 2[$

$esto\ se\ puede\ demostrar\ fácilmente\ con\ la\ regla\ de\ correspondencia$

$$f(x) = x^2 + 1 \quad de\ donde \quad f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 \quad entonces\ f(x) = f(-x)$$

$y\ también\ se\ verifica\ que\ para\ todo\ x\ del\ dominio\ existe\ f(-x), esto\ también\ se\ puede\ demostrar:$

$$-2 < x < 2 \qquad \rightarrow -2 < -x < 2 \qquad \rightarrow -x \in Domf \qquad \rightarrow f(-x)\ existe.$$

ES PAR

FUNCIÓN IMPAR

$$Sea\ X\ un\ subconjunto\ de\ \mathbb{R}\ y\ f\ una\ función\ definida\ de\ X\ a\ \mathbb{R},$$
$$con\ regla\ de\ correspondencia\ y = f(x)\ es\ decir:$$

$$f: X \to \mathbb{R}. \quad y = f(x)$$

$$Se\ dirá\ que\ f\ es\ una\ función\ par\ si\ y\ solo\ si\ cumple\ las\ siguientes\ condiciones$$

$$1) \quad \forall\, x\ \in X, \qquad -x\ \in X$$

$$2) \quad \forall\, x\ \in X \quad f(-x) = -f(x)$$

$Existen\ ejemplos\ evidentes\ de\ este\ tipo\ de\ función, como\ por\ ejemplo\ la\ función\ y = f(x) = x^3\ definida\ en\ \mathbb{R}$

$la\ cual\ es\ evidentemente\ impar\ y\ hasta\ podríamos\ considerar\ a\ todas\ las\ funciones\ de\ la\ forma\ y = f(x) = x^n$

$definidas\ en\ \mathbb{R}\ y\ con\ n\ un\ entero\ impar.$
$Considerando\ claro\ que\ para\ funciones\ con\ n\ entero\ negativo\ impar\ se\ tendría\ que\ restringir\ el\ dominio\ a\ \mathbb{R} - \{0\}$

$Sin\ embargo\ es\ justo\ mencionar\ que\ en\ ciertos\ tipos\ de\ funciones\ es\ necesario\ hacer\ un\ análisis, por\ ejemplo.$

$Sea\ la\ función\ f: [-4; 4[\ , \qquad y = f(x) = x^3 + x$

$Esta\ función\ no\ es\ impar, ya\ que\ si\ bien\ cumple\ \ f(-x) = -f(x)\ para\ casi\ todos\ los\ elementos\ de\ su\ dominio\ ya\ que:$

$$f(x) = x^3 + x \quad \rightarrow f(-x) = (-x)^3 + (-x) \quad \rightarrow f(x) = -x^3 - x \quad \rightarrow f(-x) = -f(x)$$

$$Esto\ no\ cumple\ para\ x = -4, ya\ que\ f(4)\ no\ está\ definido.$$

$Sea\ la\ función\ f: \mathbb{R} - \{0\}\ , \qquad y = f(x) = x - senx$

$Esta\ función\ si\ es\ impar\ ya\ que\ f(x) = f(-x)\ para\ todo\ x\ \in \mathbb{R} - \{0\}$

$esto\ se\ puede\ demostrar\ fácilmente\ con\ la\ regla\ de\ correspondencia$

$$f(x) = x - senx \quad de\ donde\ \ f(-x) = (-x) - sen(-x) = -x - (-senx)$$

$$\rightarrow f(-x) = -x + senx = -(x - senx)\ \ entonces\ f(-x) = -f(x)$$

$y\ también\ se\ verifica\ que\ para\ todo\ x\ del\ dominio\ existe\ f(-x), esto\ también\ se\ puede\ demostrar:$

$$x \in \mathbb{R} - \{0\} \quad \rightarrow (-x) \in \mathbb{R} - \{0\} \quad \rightarrow -x \in Domf \quad \rightarrow f(-x)\ existe.$$

01. Indique el valor de verdad de :

( ) F = {(t; t^2) / - 3 ≤ t < 3} es una función par

( ) G={(x; y) / y=|x|+|x-2|} es una función par

( ) ∀ x ∊]-3; 3[la función H es impar si: H(x)=x^3

A) FFV B) VVV C) FVF
D) VFV E) VVF

SOLUCIÓN:

$I.$ *Esta proposición es falsa*

ya que si bien esta función definida en $[-3;3[$

cumple que $f(t)=f(-t)=t^2$

esto no cumple cuando $t=-3$ *ya que* $f(3)$ *no existe.*

$II.$ *Esta proposición es falsa, ya que*

$$y=f(x)=|x|+|x-2|$$

$$\rightarrow f(-x)=|-x|+|-x-2|$$

$$\rightarrow f(-x)=|x|+|x+2|$$

de donde $f(-x)=f(x)$ *no se cumple siempre.*

Es sencillo comprobar esto,
por ejemplo $f(3)=4$ *mientras que* $f(-3)=8$

$III.$ *Esta proposición es evidentemente venrdadera.*

Respuesta: FFV

03. La función F con regla de correspondencia:

$$F(x) = (x\,|x| + \frac{1}{x})\text{Sen}(x^2)$$

es una función:

A) Par B) Impar

C) Periódica D) Constante

E) Monótona decreciente

Primero, debemos claramente definir esta función en un dominio este dominio sería $DomF = \mathbb{R} - \{0\}$

con esto hemos asegurado la existencia de $F(-x)$ *para todo* x.

Ahora analicemos $F(-x)$

$$F(x) = \left(x|x| + \frac{1}{x}\right)sen(x^2)$$

$$F(-x) = \left((-x)|(-x)| + \frac{1}{(-x)}\right)sen((-x)^2)$$

$$F(-x) = \left(-x|x| - \frac{1}{x}\right)sen(x^2)$$

$$F(-x) = -\left(x|x| + \frac{1}{x}\right)sen(x^2)$$

de donde $F(-x) = -F(x) \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$

Por lo tanto F es impar

05. Si F es par y G es impar, ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

A) (F + G) es par
B) (F - G) es impar
C) (F . G) es impar
D) (F + G) es impar
E) (F . G) es par

$Sea\ F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad , y = F(x) \quad tal\ que\ F\ es\ par$

$es\ decir, \qquad F(-x) = F(x) \quad \forall\ x\ \in\ \mathbb{R}$

$Sea\ G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad , y = G(x) \quad tal\ que\ G\ es\ impar$

$es\ decir, \qquad G(-x) = -G(x) \quad \forall\ x\ \in\ \mathbb{R}$

y ya que F y G están definidas en todo $\mathbb{R}$
podemos definir a la función $F.G(x)$ *también con dominio* $\mathbb{R}$
y definida con la regla de correspondencia

$$F.G(x) = F(x).G(x)$$

Analizando a $F.G(-x)$ *, obtenemos*

$$F.G(-x) = F(-x).G(-x)$$

y ya que F es par y G es impar, entonces

$$F.G(-x) = F(-x).G(-x) = F(x).-G(x)$$

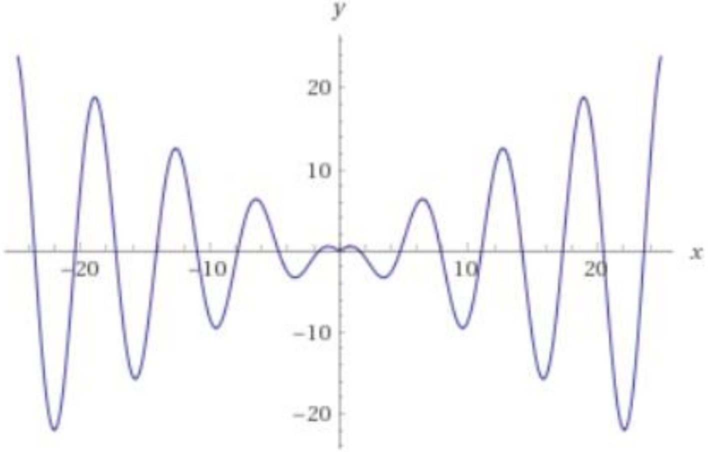
$$F.G(-x) = -F(x).G(x)$$

$$F.G(-x) = -F.G(x)$$

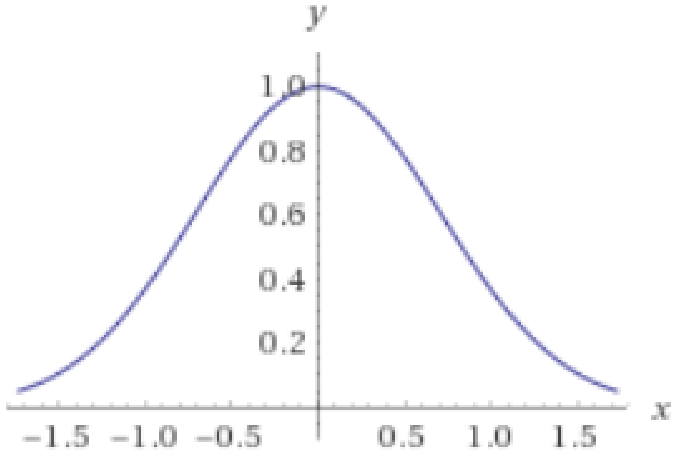
Por lo tanto F.G es una función impar

$Gr\acute{a}ficamente\ podemos\ observar\ que\ los\ gr\acute{a}ficos\ de\ las\ funciones\ pares\ tienen\ una\ simetr\acute{i}a\ con\ respecto\ al\ eje\ Y$

$h(x) = |x|cosx$

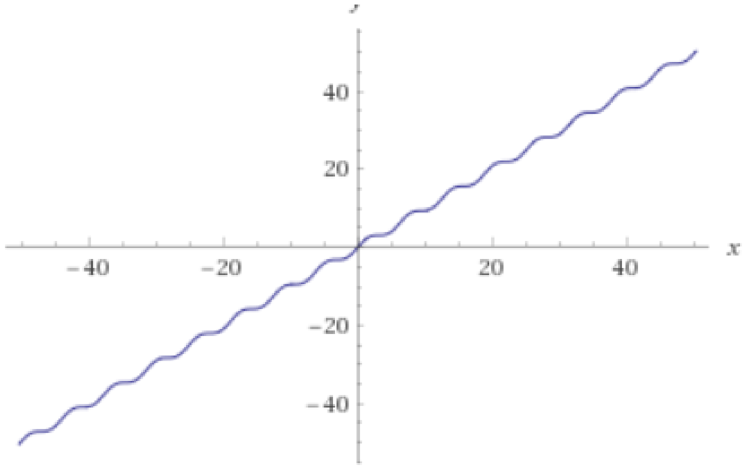


$g(x) = e^{-x^2}$

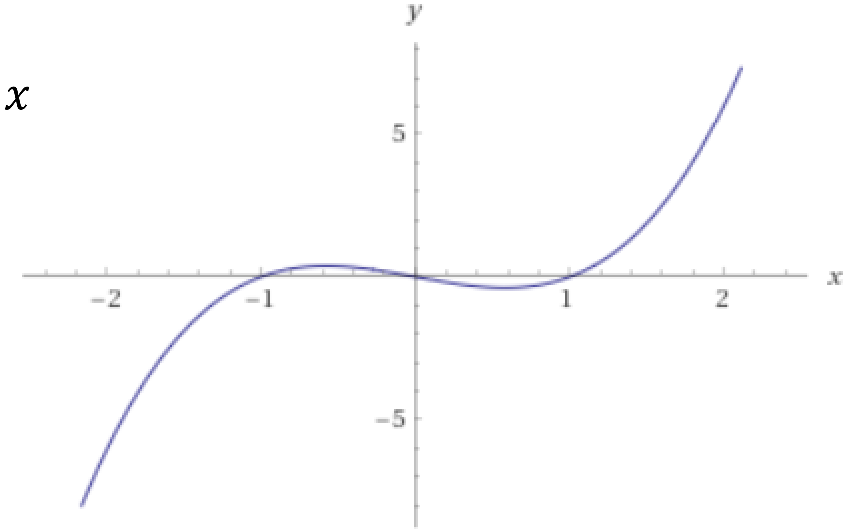


$Gr\acute{a}ficamente\ podemos\ observar\ que\ los\ gr\acute{a}ficos\ de\ las\ funciones\ impares\ tienen\ una\ simetr\acute{i}a\ con\ respecto\ al\ orige$

$f(x) = x + senx$



$g(x) = x^3 - x$



FUNCIÓN MONÓTONA

$Sea\ X\ un\ subconjunto\ de\ \mathbb{R}\ y\ f\ una\ función\ definida\ de\ X\ a\ \mathbb{R}, con\ regla\ de\ correspondencia\ y = f(x)\ es\ decir:$

$$f: X \to \mathbb{R}. \quad y = f(x)$$

$Se\ dice\ que\ f\ es\ monótona\ en\ I\ (I \subset X)\ si\ cumple\ con\ alguno\ de\ los\ siguientes\ casos:$

$\forall\, x, y\ \in I \wedge x < y\ \to f(x) < f(y)$ $\quad MONÓTONA\ CRECIENTE$

$\forall\, x, y\ \in I \wedge x < y\ \to f(x) > f(y)$ $\quad MONÓTONA\ DECRECIENTE$

$\forall\, x, y\ \in I \wedge x < y\ \to f(x) \geq f(y)$ $\quad MONÓTONA\ NO\ CRECIENTE$

$\forall\, x, y\ \in I \wedge x < y\ \to f(x) \leq f(y)$ $\quad MONÓTONA\ NO\ DECRECIENTE$

$El\ concepto\ de\ monotonía\ está\ relacionado\ con\ el\ intervalo\ en\ el\ que\ se\ analiza\ la\ función, para\ esto\ por\ ejemplo$

$graficaremos\ a\ una\ función\ polinomial\ y\ en\ base\ a\ eso\ tomaremos\ intervalos\ e\ indicaremos\ la\ monotonía$

$Sea\ f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 1$

$Para\ graficar\ a\ esta\ función\ \ utilizaremos\ los\ siguientes\ conceptos\ relacionados\ a\ la\ derivada\ polinomial$

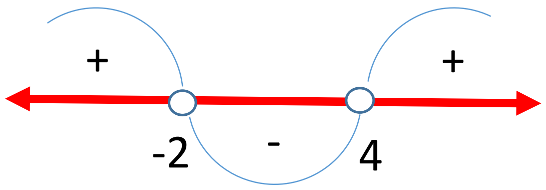
$1.-Si\ f'(x) > 0\ \ \forall x \in I, entonces\ f(x)\ es\ creciente\ en\ I$

$Si\ f'(x) < 0\ \ \forall x \in I, entonces\ f(x)\ es\ decreciente\ en\ I$

$en\ el\ ejemplo:$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 1 \quad \to f'(x) = 3x^2 - 6x - 24$$

$$f'(x) = 3(x^2 - 2x - 8) \qquad f'(x) = 3(x-4)(x+2)$$

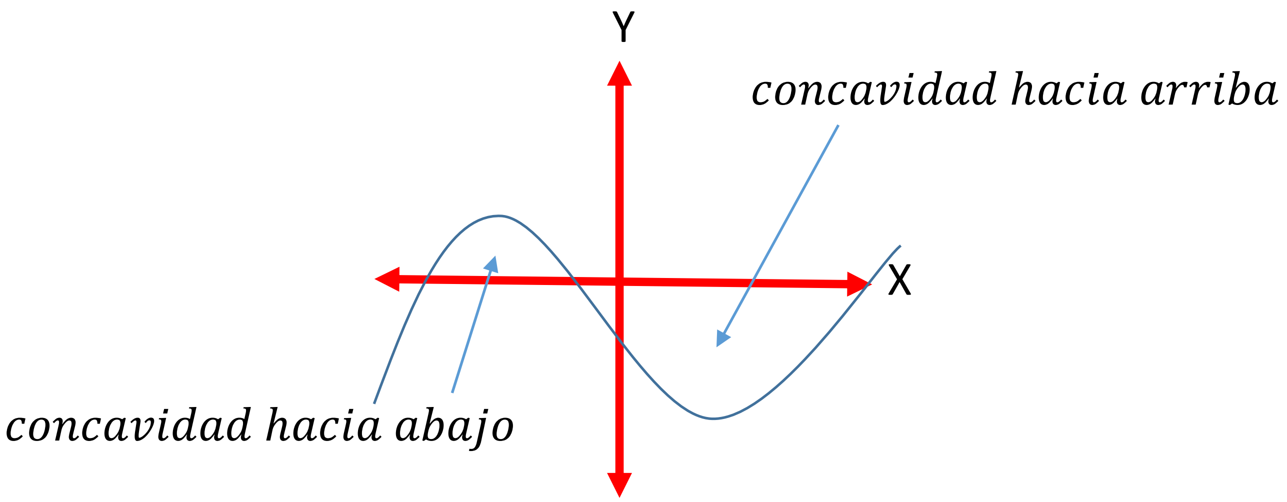


$ya\ que\ f'(x) > 0\ para\ todo\ x \in]4; +\infty[\qquad \to f\ es\ creciente\ en\ ]4; +\infty[$

$ya\ que\ f'(x) > 0\ para\ todo\ x \in]-\infty; -2[\qquad \to f\ es\ creciente\ en\ ]-\infty; -2[$

$ya\ que\ f'(x) < 0\ para\ todo\ x \in]-2; 4\ [\qquad \to f\ es\ decreciente\ en\ ]-2; 4[$

otro concepto es el de concavidad, las gráficas puede sen cóncavas hacia arriba o hacia abajo.

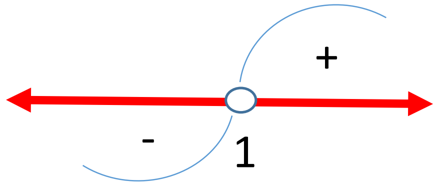


$1.-Si\ f''(x) > 0\ \ \forall x \in I, entonces\ f(x)\ es\ cóncava\ hacia\ arriba\ \ en\ I$

$Si\ f''(x) < 0\ \ \forall x \in I, entonces\ f(x)\ es\ cóncava\ hacia\ abajo\ en\ I$

en el ejemplo:

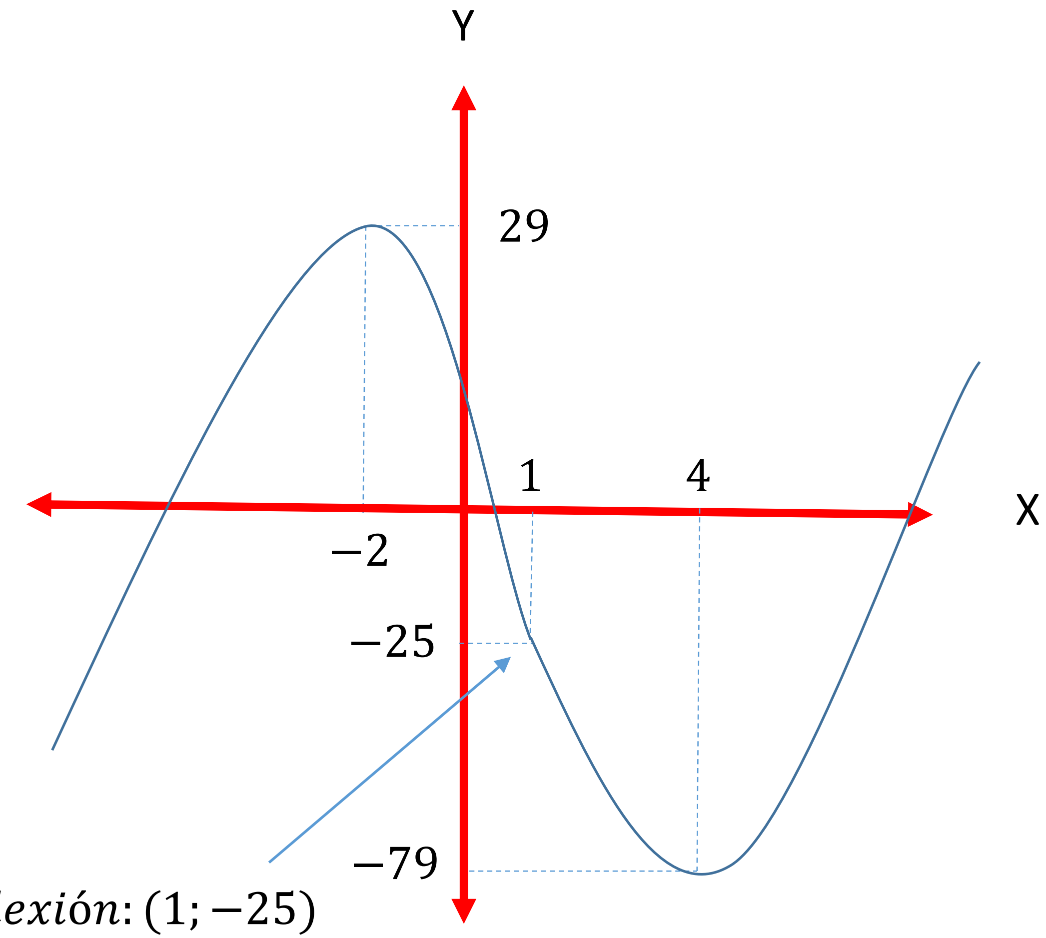
$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 1 \quad \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x - 24 \rightarrow f''(x) = 6x - 6$$



$ya\ que\ f''(x) > 0\ para\ todo\ x \in]1; +\infty[$ $\rightarrow f\ es\ cóncava\ hacia\ arriba\ en\ ]1; +\infty[$

$ya\ que\ f''(x) < 0\ para\ todo\ x \in]-\infty; 1[$ $\rightarrow f\ es\ cóncava\ hacia\ abajo\ en\ ]-\infty; 1\ [$

$Según\ estos\ conceptos, podemos\ graficar\ a\ la\ función\ f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 1$



$punto\ de\ inflexión: (1; -25)$

No siempre será necesario el análisis con derivadas para determinar la monotonía de una función.

Por ejemplo: $f(x) = x^3 + x - 1$

ya que la función x^3 *es creciente y la función* $x - 1$ *es creciente*

entonces la suma de ambas funciones será creciente también.

La suma de dos funciones crecientes es creciente

La suma de dos funciones decrecientes es decreciente

Sea $f: [a; b] \to \mathbb{R}$ *una función continua creciente* $\to Ranf = [f(a); f(b)]$

Sea $f: [a; b] \to \mathbb{R}$ *una función continua decreciente* $\to Ranf = [f(b); f(a)]$

08. Si F es una función definida por:

$$F(x) = \begin{cases} 5 - 2|x|^2 & |x| \le 1 \\ \dfrac{3}{|x|} & |x| > 1 \end{cases}$$

dar el valor de verdad en:

( ) F es una función impar.

( ) F es una función par.

( ) F es decreciente en $]0; +\infty[$

A) FFF B) VVV C) VFF

D) VFV E) FVF

Para analizar a esta función, primero redefiniremos a la funci´n de la siguiente manera

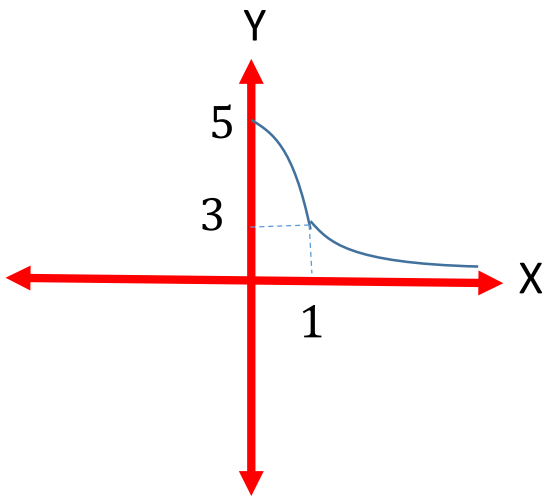
$1.-$*Notamos que* $f(x) = f(-x) \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$

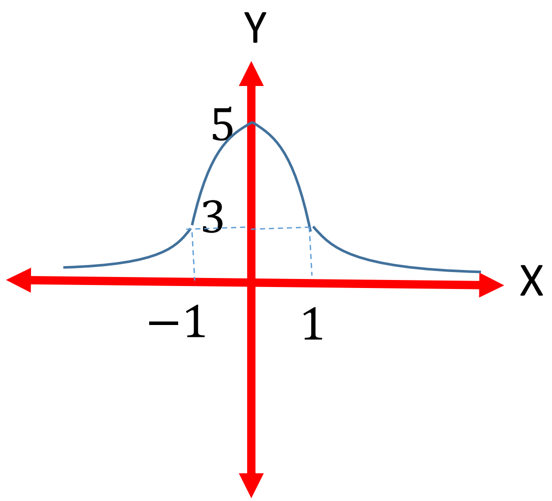
y que además $f(-x)$ *está definida para todo* $x \in \mathbb{R}$

Por lo tanto, podemos analizar solo valores de $x \ge 0$

$$Cuando\ x \ge 0 \quad F(x) = \begin{cases} 5 - 2x^2, 0 \le x \le 1 \\ \dfrac{3}{x}, \quad x > 1 \end{cases}$$

Graficando:





Rpta: FVV

FUNCIÓN ACOTADA

$Se\ dice\ que\ una\ función\ f\ está\ acotada\ superiormente\ si\ y\ solo\ si\ existe\ M \in \mathbb{R}\ tal\ que:$

$$\forall\, x \in Dom f\ , f(x) \leq M$$

$Se\ dice\ que\ una\ función\ f\ está\ acotada\ inferiormente\ si\ y\ solo\ si\ existe\ m \in \mathbb{R}\ tal\ que:$

$$\forall\, x \in Dom f\ , m \leq f(x)$$

$Se\ dirá\ que\ una\ función\ f\ es\ acotada\ si\ y\ solo\ si\ es\ acotada\ superior\ e\ inferiormente$

$$o\ equivalentemente\ si\ existe\ M \epsilon\ \mathbb{R}\ tal\ que$$

$$\forall\, x \in Dom f\ , f(x) \leq |M|$$

07. Si F es una función definida por :

$$F(x) = \frac{6}{x^2-2x+3} - 2; \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

el menor valor de "k" tal que:

$$|F(x)| \le k; \quad \forall x \in D_F$$

es :

A) 1/3 B) 1/2 C) 1

D) 2 E) 3

$$F(x) = \frac{6}{x^2 - 2x + 3} - 2$$

$$DomF = \mathbb{R}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}. \quad (x-1) \in \mathbb{R}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}. \quad (x-1)^2 \ge 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R}. \quad x^2 - 2x + 1 \ge 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R}. \quad x^2 - 2x + 3 \ge 2$$

$$\forall x \in \mathbb{R}. \; 0 < \frac{1}{x^2 - 2x + 3} \le \frac{1}{2}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}. \; 0 < \frac{6}{x^2 - 2x + 3} \le 3$$

$$\forall x \in \mathbb{R}. \; -2 < \frac{6}{x^2 - 2x + 3} - 2 \le 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R}. \; -2 < F(x) \le 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R}. \; |F(x)| \le 2$$

$$\therefore Kmin = 2$$

FUNCIÓN PERIÓDICA

$Sea\ f\ una\ función\ definida\ de\ \mathbb{R}\ a\ \mathbb{R}, con\ regla\ de\ correspondencia\ y = f(x)\ es\ decir$:

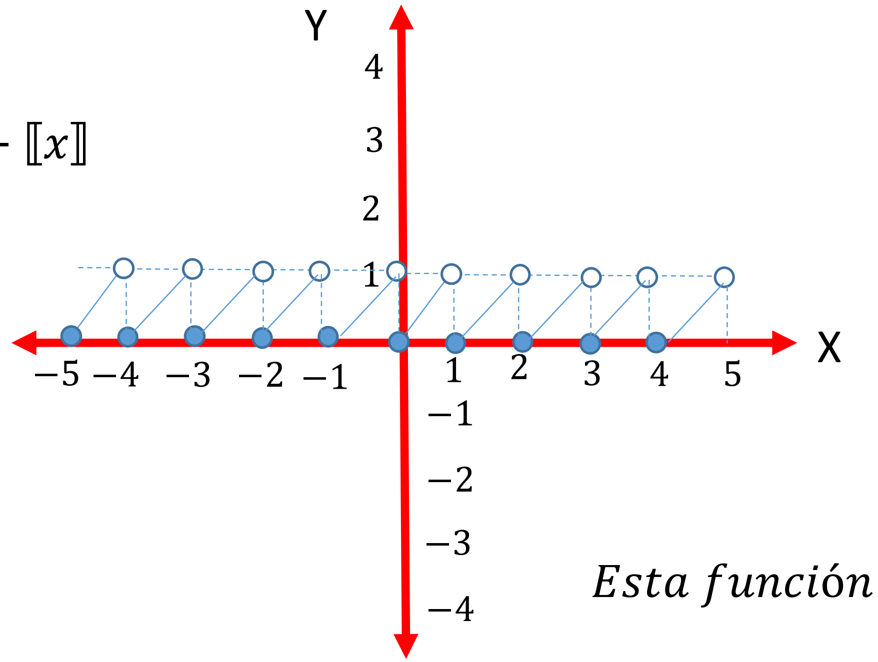
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}. \quad y = f(x)$$

$Se\ dirá\ que\ F\ es\ periódica\ si\ existe\ a \in \mathbb{R} - \{0\}\ \ tal\ que\ f(x) = f(x+a) \qquad \forall x \in \mathbb{R}$

$Al\ mínimo\ valor\ a\ que\ cumple\ dicha\ condición\ se\ le\ conoce\ como\ Periodo\ principal\ o\ fundamental\ de\ f(x)$

$ejm:\ la\ Función\ \ mantisa$

$Sea\ f:\ \ \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad y = f(x) = x - [\![x]\!]$



$Esta\ función\ es\ periódica\ con\ periodo\ principal\ 1.$

COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

$Sea\ f\ una\ función\ con\ Domf\ \ y\ g\ otra\ función\ con\ dominio\ Domg$

$Definimos\ a\ la\ composición\ de\ f\ con\ g\ como\ la\ función$:

$fog(x)\ \ con\ regla\ de\ correspondencia\ \ \ fog(x) = f(g(x))$

$y\ con\ dominio$:

$$Domfog = \{x \in Domg, \qquad g(x) \in Domf\}$$

10. Consideremos las funciones :

G = {(-1; 0); (2; 3); (4; 1); (-3; 2); (0; 0); (6; 1)}

F = {(0; 5); (1; -1); (2; 3); (-1; 7); (7; 0)}

Luego el producto de los elementos del rango de FoG es :

A) -5 B) 0 C) -105

D) 15 E) -15

$Para\ definir\ a\ la\ composición\ FoG\ debemos\ identificar$
$a\ aquellos\ valores\ del\ dominio\ de\ G\ tales\ que\ quede\ bien\ defniida\ la\ función\ F(G(X))$

$Por\ ejemplo\ uno\ de\ estos\ valores\ no\ podría\ ser\ 2, ya\ que\ si\ bien\ existe\ G(2) = 3$

$no\ existiría\ F\big(G(2)\big) ya\ que\ sería\ F(3) y\ esto\ no\ este\ valor\ no\ está\ definido$

$De\ acuerdo\ con\ esta\ lógica\ es\ eviedente\ que\ FoG\ solo\ está\ definida\ para\ x\ \in \{-1; 4; -3; 0; 6\}$

$F\big(G(-1)\big) = F(0) = 5$ $F\big(G(-3)\big) = F(2) = 3$ $F\big(G(6)\big) = F(1) = -1$

$F\big(G(4)\big) = F(1) = -1$ $F\big(G(0)\big) = F(0) = 5$

$Es\ decir\ Fog = \{(-1; 5), (-3; 3), (6; -1), (4; -1), (0; 5)\}$

$RanFoG = \{5; 3; -1\}$ $\boldsymbol{Rpta. -\ \ -15}$

12. Dadas:

$F(x) = \dfrac{x+1}{x+2}$; $x \in [0; 6[$

$G(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 6}$; $x \in [0; 2[$

hallar el dominio de (GoF)

A)]0; 2[B) [0; 2[C) [0; 1[

D)]0; 1[E) [0; 6[

Para que la función compuesta GoF quede bien definida

primero $x \in [0; 6[$, *de esta manera* $F(x)$ *existe*

pero también $F(x) \in [0; 2[$. *de esta manera* $G\big(F(x)\big)$ *existe*

Es decir: $0 \leq \dfrac{x+1}{x+2} < 2$

Es decir: $-1 \leq -\dfrac{1}{x+2} < 1$ $\qquad -1 < \dfrac{1}{x+2} \leq 1$

$$-1 < \frac{1}{x+2} < 0 \quad \vee \quad 0 < \frac{1}{x+2} \leq 1$$

$$x + 2 < -1 \quad \vee \quad 1 \leq x + 2$$

$$x < -3 \quad \vee \quad -1 \leq x$$

pero ya que $x \in [0; 6[$

finalmente DomGoF = [0; 6[

19. Dada la función F cuya regla de correspondencia es:

$$F(x) = x^4 - 2x^2 + 5$$

podemos afirmar que:

I. F es impar

II. F es monótona creciente en [0; +∞[

III. F es decreciente en]-∞; -1[

IV. F tiene dos raíces reales

es(son) cierta(s):

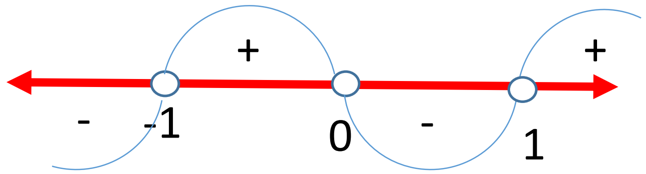
A) I ∧ III B) I; II ∧ III C) Todas

D) Solo I E) Solo III

$$F(x) = x^4 - 2x^2 + 5$$

$$F'(x) = 4x^3 - 4x$$

$$F'(x) = 4x(x-1)(x+1)$$



$$Por\ lo\ tanto\ F\ es\ creciente\ en\ ]-1;0[\ \ y\ \ ]1;+\infty[$$

$$Por\ lo\ tanto\ F\ es\ decreciente\ en\ ]-\infty;-1[\ \ y\ \ ]0;1[$$

FFVF

16. Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda

( ) Toda función acotada es periódica

( ) No existe una función acotada que es periódica

( ) No toda función periódica es acotada

A) FVF B) VFF C) VVV

D) FFV E) FVV

$I.-Falso$

$$F(x)=\frac{1}{x^2+1} \quad es\ acotada\ y\ no\ periódica$$

$II.-Falso$

$$F(x)=senx \quad es\ acotada\ y\ periódica$$

$III.-Verdadero$

$$F(x)=tanx \quad es\ periódica\ y\ no\ es\ acotada$$

$\boldsymbol{Rpta.-FFV}$

PROBLEMAS PROPUESTOS

02. Dada la función:

$$F = \{(x;\ x^2 - 6x + 4) \ / \ x \in \mathbb{R}\}$$

indicar el valor de verdad :

( ) F es una función par

( ) F es monótona $\forall\ x \geq 3$

( ) F es decreciente en $]-\infty;\ 0]$

A) FFF B) VFF C) FVV

D) FVF E) VFV

04. Sea la función:

$$F(x) = \begin{cases} 0; & x \in\ ]0;\ 1[\\ 1: & x \in [1;\ 2[\cup]4;\ 5[\\ 2: & x = 2 \\ 3: & x \in\ ]2;\ 3[\end{cases}$$

Entonces podemos afirmar que F es:

A) No creciente en $]0;\ 2]$

B) No creciente en $]2;\ 5[$

C) No decreciente en $]2;\ 5[$

D) Constante en $]1;\ 3[$

E) No decreciente en $\left]\frac{3}{2};\ \frac{5}{2}\right[$

06. Si :

$\forall\ \{x_1;\ x_2\} \subset \mathrm{Dom}(F)$ con $x_1 < x_2 \rightarrow F(x_1) < F(x_2)$

entonces F se llama estrictamente creciente, ¿cuáles definen funciones de este tipo?

I. $F(x) = x^2$

II. $G(x) = -x + 1$

III. $H(x) = x^3 - 1\ 998$

A) I y III B) Solo I C) Solo II

D) II y III E) Solo III

09. Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

( ) $F(x) = |9 - x^2|, \forall x \in \mathbb{R}$ es acotada inferiormente

( ) $G(x) = \dfrac{2\,003}{x^2 + 2\,002}$ es acotada superiormente

( ) La función F definida por:

$$F(x) = \begin{cases} x^2+4x \ ; & -3<x<0 \\ 5\sqrt{x} \ ; & 0 \le x \le 4 \end{cases}$$

es acotada

A) VFV B) VFF C) FFV
D) FVV E) VVV

11. A partir de las funciones :

$F = \{(x; y) \in Z^2 / y = 2x - 1\}$

$G = \{(0; 3); (1; 4); (2; 0); (3; 8); (-1; 1)\}$

señalar la imagen de (GoF)

A) {0; 2; 3} B) {1; 4; 8} C) {1; 2; 4}
D) {2; 3; 5} E) {0; 1; 3}

13. Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

( ) Si F es una función decreciente a y $b \in Dom(F)$; $a < b$, entonces:

$$\frac{F(b) - F(a)}{b - a} < 0$$

( ) Si F y G son dos funciones tales que $G(x)=F(x)+5$, entonces $Ran(G)=Ran(F)$

( ) Si F: Dom(f) → Ran(F) es una función creciente, entonces F + 4I es creciente. I: Es la función identidad.

A) VFV B) FFF C) VVV
D) FFV E) VFF

14. F es una función creciente, G decreciente, H constante y dados los enunciados:

I. F - 2G es creciente.

II. -HG + F es creciente.

III. H + G es decreciente.

¿cuál(es) es(son) correcto(s)?

A) I y II B) II y III C) I y III
D) Solo I E) I, II y III

15. Sea:

$$P(x) = 486x^5 + 3x - 32$$

Indique el valor de verdad:

( ) P(x) es creciente en $\mathbb{R}$.

( ) $P(x) = 0$ tiene una raíz en $\left]\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right[$.

( ) $P(x) = 0$ tiene 2 raíces reales.

A) VVV B) VVF C) FVV
D) FVF E) FFF

17. Dada la función :

$$F = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = x^3 + x + 1\}$$

indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

( ) F es monótona creciente

( ) F es creciente sólo para : $x<0$

( ) F está acotada superiormente

A) FVV B) VVV C) FVF
D) VFF E) VVF

18. Sean las funciones:

$$F = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = (x - 2)^2 \wedge D_F = \mathbb{R}\}$$

$$G = \{(1; 2), (4; 1), (9; 3)\}$$

entonces un conjunto A, tal que $A \subset (G \circ F)$, es:

A) {(1; 2), (3; 2), (9; 3)}
B) {(4; 1), (5; 3), (1; 3)}
C) {(-1; 2), (3; 2), (5; 3)}
D) {(4; 1), (0; 1), (5; 3)}
E) {(1; 2), (4; 1), (9; 3)}

20. Indique la proposición absurda en:

I. $\{(x; |9 - x^2|) / x \in \mathbb{R}\}$ es una función acotada inferiormente

II. La función real $F(x)=\dfrac{x}{1+|x|}$ es monótona decreciente

III. La función seccionada F definida por:

$$F(x) = \begin{cases} x^2 + 4x; & -3 < x < 0 \\ 5\sqrt{x}; & 0 \le x \le 4 \end{cases}$$

es acotada

IV. La función $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$F(x) = \dfrac{1\,999}{x^2+1}$ es una aplicación acotada superiormente

V. La gráfica de la función polinomial:

$$F(x) = x^{21}+3x^7+5x^5+8x-100$$

es creciente en todo su dominio

A) I B) II C) III
D) IV E) V